

# Mouvement de Marche Composé de Simple et Double Support pour un Robot Bipède Planaire sans Pieds

SYLVAIN MIOSSEC, YANNICK Aoustin

Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes  
BP 92101 1, rue de la Noë, 44321 Nantes Cedex 03, France

[Sylvain.Miossec@ircyn.ec-nantes.fr](mailto:Sylvain.Miossec@ircyn.ec-nantes.fr), [Yannick.Aoustin@ircyn.ec-nantes.fr](mailto:Yannick.Aoustin@ircyn.ec-nantes.fr)  
<http://www.ircyn.ec-nantes.fr>

**Résumé**—Le but de notre étude a été de définir une allure de référence cyclique optimale pour un bipède, composée d'une phase de simple support, d'un impact passif et d'une phase de double support. Durant la phase de simple support le problème de sous-actionnement est résolu en exprimant les variables motorisées sous une forme polynomiale en fonction de l'angle de la cheville, variable non commandée. L'évolution de l'angle de la cheville est déterminée telle que le mouvement désiré vérifie les équations dynamiques du bipède. Durant la phase de double support le bipède est sur-actionné. Pour le processus d'optimisation le critère est énergétique. Il représente l'énergie dissipée par effet Joule.

Les résultats obtenus sont tout à fait raisonnables et cohérents physiquement. L'un des principaux avantages de l'adjonction de la phase de double support est de simplifier le problème de l'obtention de la cyclicité du mouvement.

**Mots clés**—bipède, allure de marche cyclique, sous-actionnement, optimisation, double support, impact impulsif.

## I. INTRODUCTION

Le principal intérêt des robots marcheurs par rapport aux robots à roues est leur possibilité d'évoluer en terrains accidentés. Un avantage spécifique des bipèdes est d'être adapté à l'environnement humain. Ainsi, de nombreuses études sont dédiées aux bipèdes [1]-[16]. En règle générale, les problèmes étudiés pour la marche des bipèdes portent sur la génération de mouvements cycliques [1]-[4], sur l'interaction du bipède avec le sol [5], [6], sur la commande [7]-[9].

Pour la définition de mouvements cycliques, un critère important est la consommation d'énergie. Dans ce but, des auteurs [17] ont adapté des mouvements passifs pour obtenir des mouvements physiquement réalisables. D'autres, voir [1], [3] et [10] ont obtenu des mouvements par optimisation de ce critère. Dans [11], une optimisation au sens de Pontryagin est effectuée. Pour définir les mouvements, il est possible d'utiliser des variables cartésiennes [12], articulaires [13] ou bien les couples [10]. Dans [10] chaque couple articulaire est considéré comme une variable échantillonnée avec une période de temps constante. Ce sont les valeurs constantes des couples, définies sur chaque intervalle d'échantillonnage qui forment les variables du processus d'optimisation pour obtenir une allure cyclique. L'utilisation des variables articulaires permet de simplifier le calcul des couples par rapport à l'utilisation des variables cartésiennes. L'évolution de ces variables peut être définie sous forme de séries de Fourier [13], d'oscillateurs de Van der Pol's [14], ou de polynômes [3], [7]. Il est possible d'exprimer ces variables en fonction du temps ou en fonction d'une variable de configuration [7], [15].

Nous définissons une allure cyclique de marche composée d'une phase de simple support, d'un impact impulsif passif et d'une phase de double support. Pour résoudre le problème de sous-actionnement en simple support les variables articulaires commandées sont spécifiées sous forme polynomiale en fonction de la variable indépendante restante non commandée et expérimentalement mesurable, l'angle de la cheville. En double support le bipède est sous actionné. Trois variables articulaires sont nécessaires pour définir la configuration du bipède. Deux variables articulaires ont alors été choisies fonction de l'angle de la cheville. L'angle de la cheville est défini fonction du temps. Nous supposons pour définir le mouvement que les variables commandées suivent exactement le mouvement désiré. L'introduction de la phase de double support permet, avec une modification en ligne de la trajectoire de référence en vitesse, de respecter les conditions de cyclicité malgré des erreurs de vitesse après l'impact.

L'organisation du papier est la suivante. Dans la section 2 le modèle dynamique est présenté. La section 3 est dédiée à la définition du mouvement. La définition du problème d'optimisation est détaillée section 4. Les résultats sont présentés et commentés section 5. La section 6 est réservée aux conclusions et perspectives.

## II. MODELISATION DU BIPEDE

Le bipède considéré évolue dans le plan sagittal. Il possède un tronc, deux jambes identiques articulées au niveau des genoux, mais n'a pas de pieds. Le contact avec le sol est donc ponctuel. Il possède 4 moteurs situés aux hanches et aux genoux.

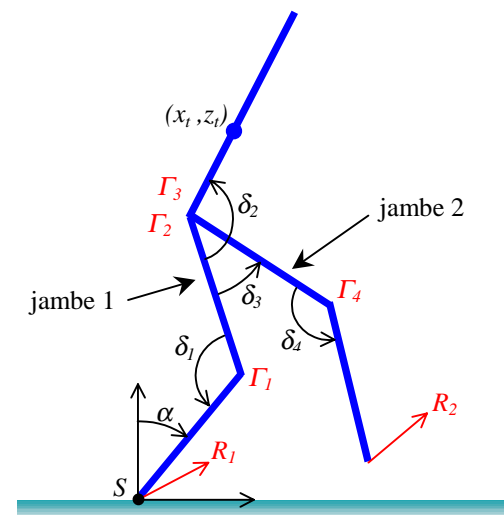


Figure 1 Schéma du bipède et notations

Les variables utilisées, les couples articulaires et les réactions du sol sur le bout des pattes du bipède sont présentés Figure 1. Ces notations sont liées à la numérotation des jambes.

Le vecteur des couples est noté  $\Gamma=[\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3 \ \Gamma_4]^T$

Le vecteur des variables articulaires et d'orientation du bipède est :  $q=[\alpha \ \delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4]^T$

Le vecteur des variables  $X=[q^T \ x_i \ z_i]^T$ , où  $(x_i, z_i)$  est la position absolue du centre de masse du tronc, permet de définir entièrement la configuration et la position du bipède dans l'espace défini par le plan sagittal.

Nous présentons maintenant les trois phases et leurs modélisations.

#### A. Phase de Simple Support

La jambe 1 est en support sur le sol et la jambe 2 est en transfert, le modèle dynamique sous forme Lagrangienne est donc le suivant :

$$A(q)\ddot{X} + H(q, \dot{q}) = D_r \Gamma + D_1(q)R_1, \quad (1)$$

$A(7 \times 7)$  est la matrice d'inertie,

$H(7 \times 1)$  est le vecteur des effets de la gravité, des efforts de Coriolis et des efforts centrifuges,

$D_r(7 \times 4)$  est la matrice permettant de prendre en compte l'effet des couples moteurs,

$D_1(7 \times 2)$  est la matrice permettant de définir l'effet de la réaction du sol sur l'extrémité de la jambe 1 de support.

L'expression de liaison de l'extrémité de la jambe 1 se traduit par une relation géométrique de la forme suivante,

$$d_1(X) = cste \quad (2)$$

Il s'agit d'un système d'équations de dimension 2. Les relations en vitesse et accélération sont déduites par dérivations successives de la relation (2),

$$V_1 = D_1(q)^T \dot{X} = 0, \quad (3)$$

$$\dot{V}_1 = D_1(q)^T \ddot{X} + H_1(q, \dot{q}) = 0, \quad (4)$$

$V_1$  est la vitesse de l'extrémité de la jambe 1,

$H_1(2 \times 1)$  est le vecteur  $\dot{D}_1(q)^T \dot{X}$ .

Le non décollement de la jambe de contact se traduit donc comme une contrainte sur le vecteur accélération  $\ddot{X}$ . Il y a donc 5 composantes indépendantes de  $\ddot{X}$  alors que 4 articulations sont motorisées. Le bipède est donc sous-actionné.

#### B. Phase d'Impact Impulsionnel

L'impact est considéré impulsionnel et inélastique [6]. Il est modélisé par l'équation (6). Les forces impulsionnelles de réaction du sol sont représentées par une distribution de Dirac à l'instant d'impact  $T_{SS}$  (l'indice  $ss$  est relatif dans le papier à la dénomination du simple support),

$$R_j(T_{SS}) = I_{R_j} \delta(t - T_{SS}) \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

$I_{R_j} \quad j = 1, 2$  sont les intensités des réactions impulsionnelles à l'impact. On obtient donc l'équation suivante,

$$A(q)(\dot{X}^+ - \dot{X}^-) = D_1(q)I_{R_1} + D_2(q)I_{R_2} \quad (6)$$

La notation + signifie juste après l'impact, et la notation – juste avant l'impact.

Juste après l'impact, l'obtention du double support se caractérise par l'équation (3) appliquées aux deux jambes :

$$V_j^+ = D_j^T(q)\dot{X}^+ = 0 \quad j = 1, 2 \quad (7)$$

Le système (6) et (7) est constitué de 11 équations indépendantes où  $\dot{X}^-$  est donné. Il y a aussi 11 inconnues qui sont les vitesses du bipède juste après impact  $\dot{X}^+(7 \times 1)$  et les intensités des réactions impulsionnelles  $I_{R_j}(2 \times 1) \quad j = 1, 2$

#### C. Phase de Double Support

En double support, les équations du modèle dynamique sont similaires à celles en simple support (1) et (4) en tenant compte que la jambe 2 est en plus en contact avec le sol,

$$A(q)\ddot{X} + H(q, \dot{q}) = D_r \Gamma + D_1(q)R_1 + D_2(q)R_2 \quad (8)$$

$$D_j(q)^T \ddot{X} + H_j(q, \dot{q}) = 0 \quad j = 1, 2 \quad (9)$$

Dans cette phase le bipède est sur actionné car  $\ddot{X}$  a 3 composantes indépendantes et qu'il y a 4 actionneurs. Il y a donc une infinité de vecteurs de couples donnant un même mouvement.

### III. DEFINITION DU MOUVEMENT

Du fait de la cyclicité de l'allure étudiée, nous ne considérons qu'un demi pas, le demi pas suivant s'en déduisant par inversion de la désignation des jambes.

Le mouvement de marche sur un demi pas est la succession des phases de simple support en appui sur la jambe 1, d'impact de la jambe 2 avec le sol et de double support avec la jambe 1 devant et la jambe 2 derrière (il y a donc échange de la numérotation des jambes au moment de l'impact).

Nous présentons la définition du mouvement du bipède et les conditions aux limites permettant de connaître entièrement le mouvement du bipède, d'abord pour la phase de simple support puis pour la phase de double support. Le simple support et le double support sont supposés indépendants. Enfin nous présentons les conditions de cyclicité et de continuité, qui reviennent à des relations sur les conditions aux limites.

#### A. En Simple Support

Une jambe étant au sol, il est possible de ne définir le mouvement du bipède qu'avec les variables articulaires et d'orientation du vecteur  $q$ . L'évolution de la position du centre de gravité du tronc  $(x_b, z_b)$  se déduit alors du système d'équations (4).

Le simple support est une phase sous-actionnée de degré un. Il a été choisi de spécifier le mouvement des 4 articulations  $\delta_i \quad i=1..4$ , mais dans ce cas pas celui de la 5<sup>ème</sup> variable  $\alpha$ . L'évolution de la variable  $\alpha$  est déterminée afin qu'elle vérifie le modèle dynamique du bipède lorsque les  $\delta_i \quad i=1..4$  suivent le mouvement désiré.

La particularité de notre étude est que le mouvement des  $\delta_i \quad i=1..4$  est spécifié en fonction de la variable  $\alpha$ . Ceci ne peut se faire que si la variation de  $\alpha$  est monotone [15], [16].  $\alpha$  a été choisi car il a naturellement une évolution monotone dans le cas courant de la marche. Pour toute valeur de  $\alpha$ , nous connaissons ainsi la configuration du bipède en simple support.

En particulier, la configuration en fin de simple support sera déterminée. La connaissance de  $\alpha$  et la définition des  $\delta_i$   $i=1\dots4$  permettent de définir entièrement le mouvement du bipède.

Nous avons choisi d'exprimer les  $\delta_i$   $i=1\dots4$  sous forme polynomiale de  $\alpha$ . Les trajectoires des  $\delta_i$   $i=1\dots4$  sont donc définies par les coefficients des polynômes. Ces coefficients sont déterminés explicitement à partir des conditions aux limites suivantes,

1. La configuration initiale du bipède  $\alpha_{i,ss}$  et  $\delta_{i,ss}(\alpha_{i,ss})$   $i=1\dots4$ ,
2. Les vitesses initiales  $\dot{\alpha}_{i,ss}$  et  $\dot{\delta}_{i,ss}(\dot{\alpha}_{i,ss})$   $i=1\dots4$ ,
3. La configuration finale du bipède  $\alpha_{i,fs}$  et  $\delta_{i,fs}(\alpha_{i,fs})$   $i=1\dots4$ ,
4. Les vitesses finales  $\dot{\alpha}_{i,fs}$  et  $\dot{\delta}_{i,fs}(\dot{\alpha}_{i,fs})$   $i=1\dots4$ ,
5. Une configuration intermédiaire du bipède  $\alpha_{i,int}$  et  $\delta_{i,int}(\alpha_{i,int})$   $i=1\dots4$ .

Ces conditions aux limites sont introduites ici pour exprimer plus facilement dans la partie III.C la cyclicité de l'allure de marche et les propriétés de continuité en configuration et en vitesse du bipède entre les différentes phases.

Le choix de ces conditions aux limites induit 5 conditions par variable articulaire. Nous obtenons ainsi des polynômes de degré 4 :

$$\delta_{i,ss}(\alpha) = a_{i0} + a_{i1}\alpha + a_{i2}\alpha^2 + a_{i3}\alpha^3 + a_{i4}\alpha^4 \quad i=1\dots4 \quad (10)$$

Avec cette définition du simple support et en appliquant au bipède le théorème du moment cinétique au point de contact S entre la jambe de support et le sol nous obtenons le système suivant [15] :

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = -Mgx_G(\alpha) \\ \dot{\alpha} = \sigma/f(\alpha) \end{cases} \quad (11)$$

où

$M$  est la masse totale du bipède,

$g$  est l'accélération de la gravité,

$x_G(\alpha)$  est l'abscisse du centre de gravité du bipède dans le repère  $(S, \vec{x}, \vec{z})$ ,

$\sigma$  est le moment cinétique du bipède par rapport au point S.

La fonction  $f(\alpha)$  qui dépend de la configuration du bipède est homogène à un moment d'inertie. Pour un mouvement physique  $f(\alpha)$  est différent de zéro.

Le système d'équations (11) permet d'obtenir l'évolution de la variable  $\alpha$  qui vérifie les dynamiques du système.

Un parallèle avec les dynamiques du zéro (abordé dans [18]) peut être fait : le comportement dynamique de  $\alpha$  est en fait le comportement dynamique interne du système lorsque la commande appliquée est telle que les trajectoires désirées sur les variables  $\delta_i$   $i=1\dots4$  sont exactement suivies.

### B. En Double Support

Nous avons choisit de définir les trajectoires des variables  $\alpha$ ,  $\delta_1$  et  $\delta_2$ . L'évolution des autres variables articulaires  $\delta_3$  et  $\delta_4$  et l'évolution de la position du centre de gravité du tronc  $(x_b, z_t)$  se déduisent alors du système d'équations (9).

Dans un souci d'homogénéité avec la définition de la phase de simple support, les trajectoires  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont spécifiées en fonction de  $\alpha$ . Par contre  $\alpha$  sera exprimé en fonction du temps.

Nous déduisons les coefficients des polynômes des conditions aux limites suivantes (en notant ds pour double support) :

1. La configuration initiale du bipède  $\alpha_{i,ds}$  et  $\delta_{i,ds}(\alpha_{i,ds})$   $i=1,2$ ,
2. Les vitesses initiales  $\dot{\alpha}_{i,ds}$  et  $\dot{\delta}_{i,ds}(\dot{\alpha}_{i,ds})$   $i=1,2$ ,
3. La configuration finale  $\alpha_{i,lds}$  et  $\delta_{i,lds}(\alpha_{i,lds})$   $i=1,2$ ,
4. Les vitesses finales  $\dot{\alpha}_{i,lds}$  et  $\dot{\delta}_{i,lds}(\dot{\alpha}_{i,lds})$   $i=1,2$ .

Cela fait 4 conditions par variable. Les variables articulaires sont donc des polynômes de degré 3 :

$$\delta_{i,ds}(\alpha) = a_{i0} + a_{i1}\alpha + a_{i2}\alpha^2 + a_{i3}\alpha^3 \quad i=1,2 \quad (12)$$

La variable  $\alpha$  est un polynôme de degré 2 :

$$\alpha_{ds}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \quad (13)$$

La durée du double support  $T_{ds}$  se déduit des conditions aux limites sur  $\alpha$ .

### C. Continuité entre phases et cyclicité

Pour un demi pas, il y a continuité entre chaque phase en position et vitesse. La cyclicité est la continuité entre la fin d'un demi pas et le début du même demi pas, à l'échange du rôle des jambes près. Prendre en compte ces continuités permet de simplifier le processus d'optimisation.

Nous détaillons maintenant les conséquences de la continuité et de la cyclicité sur les conditions aux limites en configuration et en vitesse.

#### 1) En configuration

La configuration du bipède reste inchangée pendant l'impact. La continuité s'applique donc entre:

1. la fin du simple support et le début du double support,
2. la fin du double support du demi pas courant et le début du simple support du demi pas suivant.

#### 2) En vitesse

Il y a discontinuité des vitesses à l'impact. Celui-ci est donc pris en compte. La continuité s'applique donc entre:

1. La fin du simple support et juste avant l'impact,
2. Juste après l'impact et le début du double support,
3. La fin du double support du demi pas courant et le début du simple support du demi pas suivant.

Notons que les vitesses de début de double support peuvent se déduire de manière unique à partir des vitesses de fin de simple support, mais que le problème inverse a plusieurs solutions.

## IV. OBTENTION D'UN MOUVEMENT MINIMISANT L'ENERGIE DEPENSEE

Le mouvement minimisant l'énergie dépensée est obtenu par optimisation. La fonction d'optimisation *constr* de Matlab est utilisée. Les contraintes considérées sont présentées dans la première partie. Le choix du critère et son calcul sont présentés dans une deuxième partie. Enfin le choix des paramètres d'optimisation est expliqué dans une troisième partie.

### A. Les Contraintes

Trois types de contraintes peuvent être distingués. Nous considérons d'abord les contraintes propres à la constitution du bipède : les butées articulaires, les couples maximums de chaque articulation motorisée. Ensuite il y a les contraintes

physiques : le non décollement des pieds en contact au sol aussi bien pour le simple support, le double support que pour l'impact, et le non glissement des pieds en contact avec le sol également valable pour toutes les phases de l'allure de marche. Enfin il y a une contrainte propre à la définition du mouvement: l'extrémité du pied libre en simple support doit évoluer au-dessus d'une parabole pour éviter un impact avant la fin de la phase de simple support.

### B. Le Critère

Le critère énergétique choisi rend compte des pertes par effet Joule dans les moteurs [3],

$$C = \frac{1}{d} \int_0^{T_{dp}} \|\Gamma\|_2^2 dt \quad (14)$$

où  $d$  représente la distance parcourue sur un demi pas et  $T_{dp}$  la durée d'un demi pas.

Ce critère fait intervenir les couples. Ceux-ci sont obtenus à partir des modèles dynamiques inverses tirés de (1) en simple support et de (8) en double support. En simple support, la solution est unique. En double support il y a une infinité de solutions paramétrables par une des inconnues, comme nous l'avons mentionné dans la partie II.C. La solution la plus intéressante pour le critère  $C$  est celle minimisant le carré de la norme 2 des couples  $\|\Gamma\|_2^2$  tout en vérifiant les contraintes du double support (partie IV.A). Nous présentons donc comment trouver analytiquement la solution de ce problème de minimisation sous contrainte dans un espace de dimension 1, après avoir judicieusement choisi la paramétrisation du problème .

Tout d'abord considérons les équations suivantes qui résultent de l'application du principe fondamental de la dynamique suivant  $x$  et  $z$ , et du théorème du moment angulaire appliqué au centre de masse  $G$  du bipède en phase de double support, et où les couples sont absents,

$$M\gamma_{Gx} = R_{1x} + R_{2x} \quad (15)$$

$$M\gamma_{Gz} = -Mg + R_{1z} + R_{2z} \quad (16)$$

$$\dot{\sigma}_G = l_{1x}R_{1z} + l_{2x}R_{2z} + l_z(R_{1x} + R_{2x}) \quad (17)$$

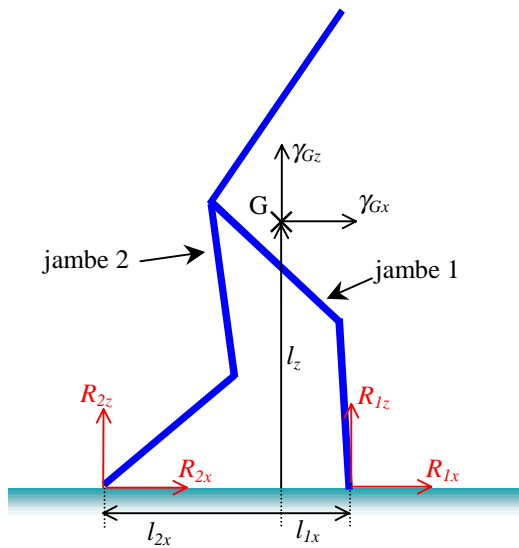


Figure 2 Notations des équations (15)-(17)

Les notations correspondantes sont données Figure 2. Nous déduisons des équations (15), (16) et (17) une solution unique pour  $R_{1z}$  et  $R_{2z}$ ,

$$R_{iz} = R_{iz}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad i=1,2 \quad (18)$$

Le choix des couples en double support n'a aucune incidence sur ces composantes de réactions et sur les contraintes de non décollement qui y sont associées. Il n'est pas possible de paramétrer les couples avec  $R_{1z}$  ou  $R_{2z}$ . De plus l'équation (15) ne fait intervenir que  $R_{1x}$  et  $R_{2x}$ . Indifféremment  $R_{1x}$  ou  $R_{2x}$  peuvent être paramètre.  $R_{1x}$  a été choisi. Le modèle dynamique (8) est linéaire en fonction de  $R_{1x}$ . Les couples sont donc linéaires en fonction de ce paramètre et le critère  $\|\Gamma\|_2^2$  est donc quadratique en fonction de  $R_{1x}$ .

La solution analytique de ce problème est donc le point le plus proche du minimum de la fonction quadratique  $\|\Gamma\|_2^2$  et qui vérifie les contraintes.

### C. Les Paramètres du Processus d'Optimisation

Nous devons prendre des paramètres dont il est possible de déduire les conditions aux limites des phases de simple et double support et permettant de vérifier les conditions de continuité et cyclicité. Le choix des paramètres suivant a été fait:

1. La configuration finale de double support, définie par les 4 paramètres  $\alpha_{f,ds}$ ,  $\delta_{1,f,ds}$ ,  $\delta_{2,f,ds}$  et  $d$  la distance entre l'extrémité des jambes (constante durant tout le double support).
2. Les vitesses finales de double support définies par les 3 paramètres  $\dot{\alpha}_{f,ds}$ ,  $\dot{\delta}_{1,f,ds}$  et  $\dot{\delta}_{2,f,ds}$ .
3. La configuration intermédiaire en simple support, définie par les 5 paramètres,  $\alpha_{int}$ ,  $\delta_{1,int}$ ,  $\delta_{2,int}$  et les coordonnées de l'extrémité de la patte libre ( $x_{p,int}$ ,  $z_{p,int}$ ). Nous fixons l'altitude de la patte libre  $z_{p,int}=5$  cm.
4. La configuration initiale de double support définie par les paramètres  $\alpha_{i,ds}$ ,  $\delta_{1,i,ds}$ ,  $\delta_{2,i,ds}$  et  $d$  la distance entre l'extrémité des jambes.
5. Les vitesses finales de simple support définies par les 5 paramètres  $\dot{\alpha}_{f,ss}$ ,  $p_i = \frac{\dot{\delta}_{i,f,ss}}{\dot{\alpha}_{f,ss}} = \frac{\partial \delta_{i,ss}(T)}{\partial \alpha_{f,ss}}$   $i=1\dots 4$ . Le choix des  $\delta_{i,f,ss}$   $i=1\dots 4$  aurait semblé plus naturel,

$$\dot{\delta}_{i,f,ss} = (a_{i1} + 2a_{i2}\alpha_{f,ss} + 3a_{i3}\alpha_{f,ss}^2 + 4a_{i4}\alpha_{f,ss}^3) \dot{\alpha}_{f,ss} \quad (19)$$

$$i = 1\dots 4$$

Cependant d'après (19) il faudrait connaître  $\dot{\alpha}_{f,ss}$  a priori pour obtenir les coefficients  $a_{il}$   $i=1\dots 4$  et  $l=0\dots 4$ , alors que l'évolution de  $\alpha_{f,ss}$  est connue a posteriori par intégration du système (11). D'où le choix des paramètres  $p_i$  ne dépendant pas de  $\dot{\alpha}_{f,ss}$ .

L'état du bipède en fin de simple support n'est pas connu avant la simulation du simple support entier. Les conditions initiales du double support se déduisent de ces conditions de fin de simple support. Il est donc nécessaire de simuler le simple support avant le double support.

Il est intéressant de remarquer qu'une erreur de l'état de fin de simple support (à l'exception de la distance entre les jambes qui ne peut être modifiée pendant le double support) peut être rattrapée pendant le double support par une modification de

trajectoire dans la limite de la vérification des contraintes de double support.

C'est cette propriété du double support qui a permis d'écrire la cyclicité en fin de double support alors que l'état de début de double support n'était pas encore connu.

Pour vérifier à la fois les contraintes de non glissement et de non décollement au moment de l'impact une vitesse nulle de l'extrémité de la jambe à l'impact est imposée. Ce qui entraîne qu'il n'y a pas d'impact [6], [11].

Arriver avec une vitesse nulle de l'extrémité de la jambe 2 est une condition sur les vitesses articulaires qui s'exprime avec une matrice jacobienne,

$$J_{patte2}(\alpha_{jss}) \begin{bmatrix} 1 \\ p_1 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1x} \\ V_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Il est intéressant de remarquer que le paramètre  $p_2$  correspondant à l'orientation du tronc n'intervient pas dans l'expression de la vitesse de l'extrémité du pied. Les deux équations du système (20) permettent de réduire le nombre de paramètres d'optimisation. Parmi l'ensemble des paramètres  $p_i$   $i=1..4$  définissant les vitesses de fin de simple support nous avons donc choisi  $p_1$  et  $p_2$ .

Au final la définition de l'allure de marche présentée se fait avec 16 paramètres.

## V. PRESENTATION DES RESULTATS

Nous avons recherché un mouvement optimal sans spécifier une vitesse moyenne désirée. Un mouvement a été ainsi obtenu, mouvement qui vérifie les contraintes avec les caractéristiques suivantes :

Valeur du critère  $C = 7919 \text{ N}^2.\text{m.s}$

Vitesse moyenne du bipède  $V_{moy} = 0.44 \text{ m.s}^{-1}$

Longueur du pas  $d = 0.36 \text{ m}$

Durée du double support  $T_{ds} = 73 \text{ ms}$ , du simple support  $T_{ss} = 742 \text{ ms}$ , durée totale  $T_{dp} = 814 \text{ ms}$ .

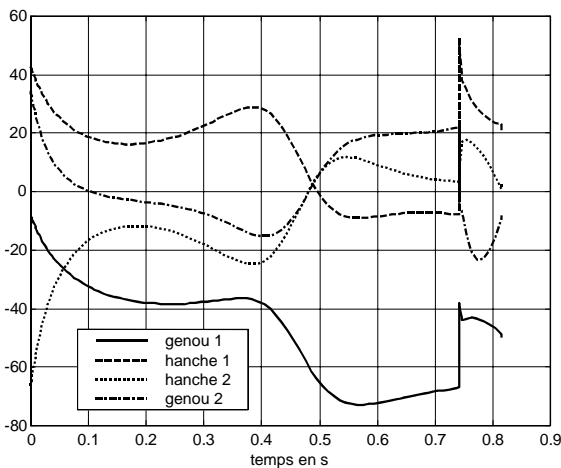


Figure 3 Couples articulaires [N.m] sur un demi pas

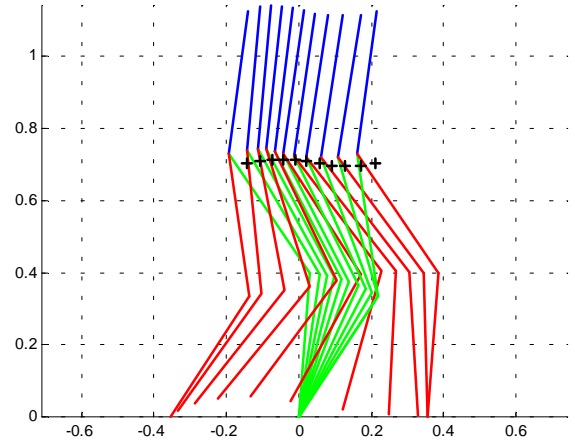


Figure 4 Configurations successives du bipède (unité des axes : m)

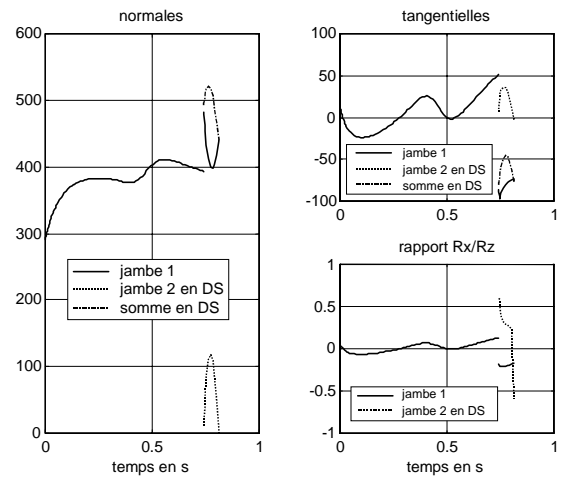


Figure 5 Réactions du sol [N] : normales, tangentielles et rapport des réactions tangentielles par les réactions normales

Sur les Figure 3 et Figure 5 nous pouvons constater les discontinuités entre la phase de simple support et celle de double support. La Figure 4 montre que les couples sont bien inférieurs à la limite de 150 N.m. La Figure 4 représente l'allure de la marche et l'évolution du centre de masse du bipède. Sur la Figure 5 les composantes verticales de la réaction du sol en double support sont non nulles, positives. En simple support la réaction verticale du sol sur la jambe libre est bien nulle, celle relative à la jambe de support est bien positive. A partir de l'équation (16) et de la cyclicité de l'allure de marche par intégration sur un demi pas il vient,

$$\frac{1}{T_{dp}} \int_0^{T_{dp}} (R_{1z} + R_{2z}) dt = Mg - \frac{1}{T_{dp}} (I_{R_{1z}} + I_{R_{2z}}) \quad (21)$$

En procédant de même à partir de l'équation (15) il vient :

$$\frac{1}{T_{dp}} \int_0^{T_{dp}} (R_{1x} + R_{2x}) dt + \frac{1}{T_{dp}} (I_{R_{1x}} + I_{R_{2x}}) = 0 \quad (22)$$

Or dans le cas particulier où il n'y a pas d'impact (voir partie IV.C) nous avons  $I_{R_{1x}} = I_{R_{2x}} = I_{R_{1z}} = I_{R_{2z}} = 0$ .

## VII. REMERCIEMENTS

Nous remercions les membres du projet ROBEA et plus particulièrement Christine Chevallereau ainsi que Alexander Formal'sky pour les nombreuses discussions.

## VIII. REFERENCES

- [1] P. H. Channon, S. H. Hopkins, D. T. Pham, « Derivation of Optimal Walking Motions for a Bipedal Walking Robot », *Robotica*, Vol. 10, pp. 165-192, 1992.
- [2] V. V. Beletskii, V. E. Berbyuk, V. A. Samsonov, « Parametric Optimisation of Motions of a Bipedal Walking Robot », *Isv. AN SSSR. Mekhanika Tverdogo Tela [Mechanics of solids]*, Vol. 17, pp. 28-40, 1982.
- [3] C. Chevallereau, Y. Aoustin, « Optimal Reference Trajectories for Walking and Running of a Biped Robot », *Robotica*, Vol. 19, pp. 557-569, 2001.
- [4] B. Espiau, A. Goswami, « Compass Gait Revisited », *SYROCO*, Capri, Italy, pp. 839-846, 1994.
- [5] O. Bruneau, F. B. Ouezdou, « Distribution ground/walking Robot Interaction », *Robotica*, Vol. 17, pp. 313-323, 1999.
- [6] A. M. Formal'sky, « Locomotion of Anthropomorphic Mechanisms », Moscow : Nauka, en Russe, 1982.
- [7] J. W. Grizzle, G. Abba, F. Plestan, « Asymptotically Stable Walking for Biped Robots : Analysis via Systems with Impulse Effects », *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 46, No. 1, pp. 51-64, 2001.
- [8] P.-B. Wieber, « Constrained Dynamics and Parametrized Control in Biped Walking », *MTNS 2000*, 2000.
- [9] M.-Y. Cheng, C.-S. Lin, « Measurement of Robustness for Biped Locomotion Using a Linearized Poincaré Map », *Robotica*, Vol 14, pp. 253-259, 1996.
- [10] L. Roussel, « Génération de Trajectoires Optimales de Marche pour un Robot Bipède », *thèse de l'INPG*, Grenoble, France, 1998.
- [11] M. Rostami, G. Bessonnet, « Impactless Sagittal Gait of a Biped Robot During the Single Support Phase », *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, Vol. 2 , pp. 1385-1391, 1998.
- [12] F. Plestan, J. W. Grizzle, E. R. Westervelt, G. Abba, « Stable Walking of a 7-DOF Biped Robot », submitted to *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 2002.
- [13] G. Cabodevila, « Synthèse de Démarches à Energie Minimale d'un Robot Bipède », thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 1997.
- [14] R. Katoh, M. Mori, « Control Method of Biped Locomotion Giving Asymptotic Stability of Trajectory », *Automatica*, Vol. 20, No. 4, pp. 405-411, 1984.
- [15] Y. Aoustin, A. M. Formal'sky, « Stability of a cyclic biped gait and hastening of the convergence to it », *CLAWAR 01*, Karlsruhe, Allemagne, pp. 779-788, 2001.
- [16] A. A. Grishin A. M., Formal'sky, A. V. Lensky, S. V. Zhitomirsky, « Dynamic Walking of Two Biped Vehicles », *Proc. of 9 th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Vol. 3, pp. 2308-2312, 1995.
- [17] C. Chevallereau, A. M. Formal'sky, B. Perrin, « Control of a Walking Robot with Feet Following a Reference Trajectory Derived from Ballistic Motion », *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, Vol. 2, pp. 1094-1099, 1997.
- [18] J.-J. E. Slotine, W. Li, « Applied Nonlinear Control », Prentice Hall, 1991.

D'après (21) la valeur moyenne de la somme des composantes verticales de réactions vaut  $M.g=392.4$  N. D'après (22) les valeurs des composantes tangentielles des réactions du sol sont globalement autour de zéro. Ces deux caractéristiques du mouvement sont observables Figure 5. En double support, la somme a été représentée pour mieux visualiser ces caractéristiques. Le rapport des réactions tangentielles par les réactions normales est bien compris entre  $-f$  et  $f$ ,  $f=2/3$  étant la valeur du coefficient de frottement limite considérée.

Les données d'impact ne sont pas présentées car le mouvement ne donne pas lieu à un impact.

Ces résultats comparés à ceux de [3], pour l'utilisation du même critère sont moins bons du point de vue de l'énergie dissipée. Les causes supposées en être la source sont les suivantes:

1. L'introduction de la phase de double support et l'annulation de la vitesse de l'extrémité de la jambe avant impact qui en a découlé entraînent un ralentissement du bipède et un accroissement de la consommation d'énergie.
2. L'utilisation de la variable  $\alpha$  pour définir les trajectoires articulaires plutôt que le temps couple la variable non commandée aux variables commandées de manière complexe. Le critère de minimisation devient très peu convexe. Ceci doit avoir pour effet d'augmenter le nombre de minimums locaux. Et l'optimisation s'en trouve moins efficace.

Cependant de meilleures propriétés de stabilité sont attendues.

## VI. CONCLUSION

Nous avons défini une allure de référence cyclique optimale, composée d'une phase de simple support, d'un impact passif et d'une phase de double support. Durant la phase de simple support le problème du sous-actionnement est résolu en exprimant les variables motorisées sous une forme polynomiale en fonction de l'angle de la cheville. Expérimentalement cette variable a l'avantage d'être facilement mesurable. Ainsi le mouvement désiré vérifie le comportement dynamique du bipède. Le bipède est sur-actionné durant la phase de double support. Trois variables seulement sont alors spécifiées, en fonction de l'angle de la cheville. Durant cette phase les couples minimums tels que le non glissement soit vérifié sont déterminés. La phase de double support a facilité l'obtention d'un mouvement cyclique.

Les résultats obtenus sont raisonnables et cohérents vis à vis des paramètres physiques du prototype objet de notre étude. Nous avons obtenu un mouvement pour lequel les contraintes technologiques et les contraintes unilatérales de contact au sol sont vérifiées.

Une des principales perspectives de ce travail est d'utiliser ce mouvement de référence en boucle fermée. Dans ce cas il est attendu que le double support améliore la robustesse de l'allure de marche vis à vis de perturbations telles qu'un sol mou. Ensuite, la trajectoire et la loi de commande seront implantées sur le prototype Rabbit en construction dans le cadre du projet Commande pour la marche et la course d'un robot bipède<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Ce projet est soutenu par le CNRS dans le cadre du programme interdisciplinaire ROBEA (Robotique et Entités Artificielles)